



## COLÉGIO DA POLÍCIA MILITAR DE PERNAMBUCO- RECIFE

- Teoria dos Erros
- Algarismos significativos
- Valor Médio e Desvio Absoluto de uma Mediada

Professores: Nívio Bernardo

### Introdução as Atividades no Laboratório

Sempre que estamos em um laboratório para fazer alguma atividade, certamente precisaremos fazer algumas medições tais como: tempo, massa, comprimento, densidade entre outras grandezas Físicas, dependendo do experimento que queremos realizar. Para que possamos realizá-las com o mínimo de erros possíveis teremos que ter alguns cuidados e procedimentos para que as medições sejam as mais próximas da mediada real que queremos obter.

Os tipos de erros que se podem cometer são:

#### a) Erros grosseiros

Esse tipo de erro ocorre por falta de cuidado ou falta de experiência por parte do experimentador.

- Erro por mau uso do instrumento que fará a medição.
- Erro de leitura
- Erro de paralaxe. Este tipo de erro ocorre em instrumentos com ponteiro que se desloca diante de uma escala. A leitura deve ser feita de frente, ou seja, a leitura tem que ser visada na normal e não de maneira inclinada.

Obs: Os erros grosseiros podem ser evitados se forem feitas várias medidas, pelo mesmo operador e com o mesmo instrumento. Se algum resultado encontrado discordar, ficar muito diferente dos demais, este pode ser descartado, pois certamente é proveniente de um erro grosseiro.

#### b) Erros sistemáticos

Esses podem ocorrer quando:

- O instrumento não está calibrado, por exemplo, uma balança começa a sua medida acima ou abaixo do ZERO.
- Um instrumento que foi calibrado, por exemplo, a 10° C e agora faz medidas a uma temperatura de 30° C.
- Erro de paralaxe, além de ser um erro grosseiro pode ser um erro sistemático se o experimentador sempre fizer a leitura do instrumento de ponteiro de maneira não frontal com a escala.

.Obs: Os erros sistemáticos decorrem de imperfeições do observador, do instrumento e do método usado. Eles ocorrem sempre em um mesmo sentido, aparecendo nas medidas subseqüentes.

#### c) Erros acidentais

São aquele que, por razões várias, ocorrem durante a experiência, e que são difíceis de eliminar, como, por exemplo, o erro do experimentador ao decidir qual a melhor leitura quando ele terá que fazê-la a **olho**, estimando um valor.

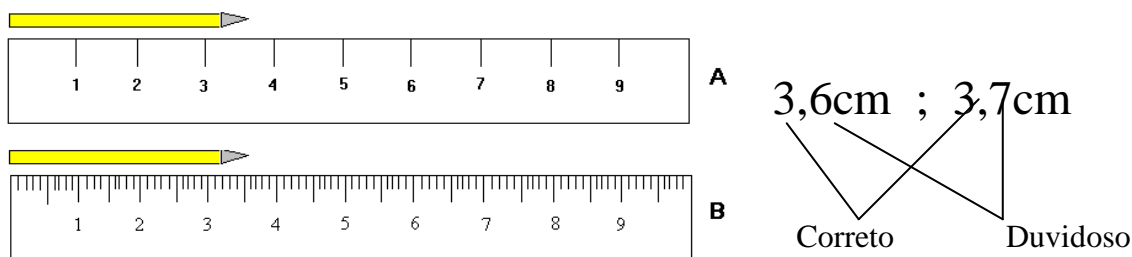
Uma característica dos erros acidentais é que eles influem aleatoriamente nos dois sentidos, para mais ou para menos do valor verdadeiro.

## Algarismos Significativos

Na Física experimental, a Pesquisa é realizada através de levantamentos de dados que são feitos com observações e medições, tendo o instrumento de medida como a ferramenta necessária para tal fim. A precisão dessas medidas depende não só da pessoa que está executando as medidas, mas também do próprio instrumento de medida. Quanto mais preciso o instrumento de medida, mais ficamos perto do valor real da grandeza que queremos medir. Quando falamos em instrumento de medida, estamos nos referindo a um simples cronômetro, balança, trena, paquímetro ou até mesmo a um sofisticado micrômetro que tem uma precisão de  $10^{-6} m$ , ou seja,  $0,000001m$ .

Uma medida deve ser expressa com a quantidade de algarismos que indique a precisão do instrumento utilizado. Portanto uma medida, por exemplo, de 30,00 cm é diferente de 30,0 cm ou de 30 cm simplesmente. Matematicamente, podemos dizer que esses números são iguais, mas no que diz respeito a **Grandezas Físicas**, são bem diferentes, pois 30,00 cm é a grandeza mais precisa, com uma precisão de centésimo de centímetros (0,01cm).

Vamos agora tentar mostrar, através de uma ilustração o que foi dito acima. Observe o comprimento de um lápis que está sendo medido por uma régua calibrada apenas em centímetro (régua A). Nesta comparação de medida poderíamos estimar o comprimento do lápis em 3,6 cm, 3,7 cm ou até mesmo 3,8 cm, onde o último algarismo seria o algarismo avaliado, ou seja, o duvidoso, pois a precisão da régua é em centímetro e não em décimos de centímetros.



Está claro que não faz sentido em tentar estimar um outro algarismo para a medida, acrescentando, por exemplo, 5 e representar a medida como sendo 3,65 cm ou 3,75 cm. Se 6 ou 7 já são duvidosos, quanto mais o algarismo 5!

Fazendo uso de uma régua mais precisa (régua B) que tem precisão em milímetro, ou seja, décimos de centímetro (0,1cm), o aluno pode verificar que fica mais fácil estimar o tamanho do lápis aproximando mais de sua medida real. A leitura será, portanto 3,65cm, onde 3 e 6 são valores corretos e 5 passa ser o valor duvidoso.

Portanto, podemos definir algarismos significativos como:

**Algarismos significativos de uma medida são os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso.**

Do exemplo visto acima fica claro que:

- O número de algarismos significativos depende do instrumento de medida.
- O algarismo duvidoso depende exclusivamente do operador.

Como representar as medidas efetuadas pela régua A e B? Sabemos que elas estão afetadas por uma incerteza que é justamente o último algarismo (algarismo duvidoso). O bom senso nos permite representá-las assim:

Régua A apresenta a medida do lápis como:  $(3,6 \pm 0,1)$  ou  $(3,7 \pm 0,1)$ , pois como já sabemos o algarismo 6 e 7 são duvidosos.

Régua B, como esta é mais precisa que a régua A, temos um maior número de algarismos corretos e poderemos representá-la como:  $(3,65 \pm 0,01)$ , pois agora o algarismo 5 que é duvidoso.

Vemos que para avaliar a incerteza de uma medida, além do instrumento de medida tem-se que contar com habilidade do experimentador e o seu bom senso.

## Operações com Algarismos Significativos

### • Arredondamento

Às vezes precisamos diminuir a precisão de uma medida, a fim de trabalhar com um menor número de casas decimais e, para tal, fazemos o arredondamento da medida que poderá seguir a seguinte regra:

- Se o algarismo a ser eliminado for maior ou igual a 5, arredondamos para cima de uma unidade o último algarismo que ficou.
- Se o algarismo a ser eliminado for menor que 5, o algarismo que ficar não se altera.

Exemplo: Suponha que três medidas de temperatura foram apresentadas com quatro algarismos significativos,  $t_1=35,26^\circ\text{C}$ ,  $t_2=37,35^\circ\text{C}$  e  $t_3=39,64^\circ\text{C}$ . Para escrevermos estas medidas com apenas três algarismos teremos que usar o critério de arredondamento e elas ficariam assim:  $t_1=35,3^\circ\text{C}$ ,  $t_2=37,4^\circ\text{C}$  e  $t_3=39,5^\circ\text{C}$ .

### • Adição e Subtração

Na adição e subtração de algarismos significativos o resultado deve conter o mesmo número de casas decimais da parcela que contiver o menor número delas, desprezando as demais e fazendo o arredondamento.

### ◆ Exercícios/Exemplos

1-Expresse a soma das medidas efetuadas com algarismos significativos.

$$\begin{array}{r}
 18,45 \\
 + 2,7 \\
 \hline
 25,38 \\
 \hline
 \hline
 46,53 \rightarrow 46,5 \text{ (1 casa decimal)}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 89,59 \\
 - 12,0 \\
 \hline
 \hline
 77,59 \rightarrow 77,6 \text{ (1 casa decimal)}
 \end{array}$$

## Multiplicação e Divisão

Na multiplicação e divisão, o resultado deve ficar com a quantidade de algarismos significativos do fator que possuir a menor quantidade de algarismos significativos, podendo ainda acrescentar mais um algarismo no resultado, pois as regras para operações com algarismos significativos não são rigorosas.

### ◆ Exercícios/Exemplos

1-Suponha que medíssemos a área de um retângulo usando as duas réguas citadas nos exemplos acima e encontrássemos para as medidas o seguinte:

Largura: 8,9cm (régua A)  
Comprimento: 10,75 cm (régua B)

Área = 8,9 cm x 10,75 cm = 95,675 cm<sup>2</sup>. Seguindo a regra, teríamos área = 96 cm<sup>2</sup> ou 95,7 cm<sup>2</sup> que também é aceitável. Observe que ao abandonarmos casas decimais, foi aplicado o critério de arredondamento.

## Valor Médio e Desvio Absoluto de uma Mediada

Quando queremos obter o valor médio mais provável de uma grandeza, usamos um dos postulados de Gauss, que diz: O valor mais provável de uma grandeza, medida diversas vezes, é a média aritmética das medidas encontradas (**Valor Médio**), desde que mereçam a mesma confiança, ou seja, se todas as medidas foram realizadas pelo mesmo experimentador, usando o mesmo instrumento e o mesmo método. Os valores medidos apresentarão valores ora maiores, ora menores que o valor médio, para isto calculamos o desvio absoluto de cada medida sobre o valor médio e finalmente calculamos o **Desvio Médio** para juntamente com o valor médio da medida, possamos melhor representar o valor da grandeza medida.

Vejamos um exemplo básico para esclarecer:

Determine o valor mais representativo de uma medida de tempo da queda de uma esfera de ferro, de uma certa altura onde foram feitas 5 medidas.

|      |     |     |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| t(s) | 5,2 | 5,3 | 5,1 | 5,4 | 5,1 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|

Cálculo do Valor Médio

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} = \frac{5,2 + 5,3 + 5,1 + 5,4 + 5,1}{5} = 5,22$$
 que usando o critério de arredondamento teremos  $t = 5,2$

Cálculo do Desvio Absoluto

$$|d_1| = |\bar{t} - t_1| = |5,2 - 5,2| = 0$$

$$|d_2| = |\bar{t} - t_2| = |5,2 - 5,3| = 0,1$$

$$|d_3| = |\bar{t} - t_3| = |5,2 - 5,1| = 0,1$$

$$|d_4| = |\bar{t} - t_4| = |5,2 - 5,4| = 0,2$$

$$|d_5| = |\bar{t} - t_5| = |5,2 - 5,1| = 0,1$$

Portanto, o desvio médio

$$\text{será: } \bar{d} = \frac{0,5}{5} = 0,1$$

*O valor mais representativo da grandeza tempo que medimos é, portanto :  $t = \bar{t} + \bar{d}$*

$$t = 5,2 \pm 0,1$$

## ERRO E DESVIO

Embora conceitualmente haja diferença entre erro e desvio, matematicamente são equivalentes. A partir deles defini-se desvio (ou erro) **relativo** e desvio (ou erro) **percentual**, que permitem avaliar melhor o resultado de uma experiência.

- **Desvio relativo = (desvio/valor adotado)**
- **Desvio (erro) percentual = [desvio relativo x100]%**

No exemplo acima o Desvio Percentual será:

$$\frac{d}{\text{ValorMédio}} \times 100 = \frac{0,1}{5,2} \times 100 = 0,0192 \times 100 \cong 2\%$$
 Observe que 2% de 5,2 é aproximado 0,1 que corresponde ao desvio médio das medidas.

Nos experimentos é aceitável um erro máximo de 10%

## Exercício

Em uma experiência de laboratório para calcular a velocidade média de uma esfera que desce uma rampa de 50cm de comprimento, foram feitas as seguintes medidas relacionadas no quadro abaixo:

- Determine a velocidade média para cada experimento
- Determine o valor mais provável desta velocidade média
- Determine o desvio absoluto de cada medida da velocidade sobre o valor mais provável desta grandeza.
- Determine o valor médio deste desvio e por fim, escreva o valor mais representativo da velocidade média.

|                                 |      |      |      |      |      |
|---------------------------------|------|------|------|------|------|
| Medida da rampa                 | 50cm | 50cm | 50cm | 50cm | 50cm |
| Tempo medido                    | 5,0  | 5,2  | 5,1  | 5,3  | 5,2  |
| Velocidade média de cada medida |      |      |      |      |      |

### Bibliografia:

Gonçalves Dalton, Física vol 1-Ed Ao Livro Técnico-1978

Saad Fuad, Notas de Aulas -Noções Práticas Sobre A Teoria Dos Erros-USP 1981